

ЛЕКЦИЯ-14

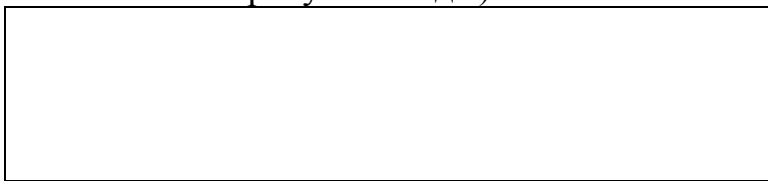
§10. Қисықсыздықты интегралдар

Анықталған интеграл ұғымын интегралдау аралығы жазықтықта қисықсыздық болатын жағдайға жалпылаймыз. Осындай интегралдарды қисықсыздықты интегралдар деп атайды.

Қисықсыздықты интегралдардың екі түрі бар. Бірінші және екінші текті интегралдар.

Бірінші текті қисықсыздықты интеграл.

Айталық, жазықтықта түзуленетін AB қисығының бойында $f(M) = f(x, y)$ функциясы анықталған. AB қисығын қалауымызша n бөлікке бөліп A нүктесінен бастап нөмірлейміз (керісінше B нүктесінен бастап та нөмірлеуге болады).



Енді әрбір $A_{i+1}A_i$ бөлігінен қалауымызша M_i нүктесін таңдап алып қосынды құрамыз

$$\sum_{i=0}^{n-1} f(x_i, y_i) \Delta l_i = \sum_{i=0}^{n-1} f(M_i) \Delta l_i, \quad (1)$$

мұндағы $\Delta l_i = l_{i+1} - l_i$ дегеніміз $A_{i+1}A_i$ доғасының ұзындығы, (1) өрнекті интегралдық қосынды деп атайды.

Анықтама. Егер $\lambda = \max_i \Delta l_i \rightarrow 0$ ұмтылғанда (1) интегралдық қосындының шекті шегі бар болса, оны $f(x, y)$ функциясынан AB қисығы бойынша алынған бірінші текті қисықсыздықты интеграл деп атайды

$$\int_{AB} f(x, y) dl \quad \text{немесе} \quad \int_{AB} f(M) dl$$

белгілейді, мұндағы dl доға дифференциалы.

Бұл жағдайда $f(x, y)$ функциясы AB қисығының бойында интегралданады деп, AB қисығын интегралдау қисығы (жолы) деп атайды.